

Thermodynamik 1 ZF

Tim Reinhart - rtim

Version: 3. Mai 2021

Grundlagen

Konstanten

Avogadro Zahl	$N_A = 6.022 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{kmol}}$
Boltzmannkonstante	$k_B = 1.383 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Univer. Gaskonstante	$\bar{R} = R_0 = 8.314 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kmolK}} = N_A \cdot k_B$
Normdruck	$p_0 = 101325 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bar}$
Normfallbeschleunigung	$g_0 = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Normtemperatur	$T_0 = 298 \text{ K} = 25^\circ\text{C}$
Tripelpunkt Wasser	$T_c = 273.16 \text{ K} = 0.01^\circ\text{C}$

Einheiten

Molmasse	$M : \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$	$N = \frac{m}{M} \cdot N_A$
Druck	$p : \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = [\text{Pa}]$	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$ $1 \text{ MPa} = 10 \text{ bar}$
Spez. Volumen	$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} : \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$	$1 \text{ l} = 0.001 \text{ m}^3$
Innere Energie	$U : [\text{kJ}]$	$\bar{u} : \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right]$
Enthalpie	$H : [\text{kJ}]$	$\bar{h} : \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right]$
Entropie	$S : \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$	$\bar{s} : \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmolK}} \right]$
Spez. Gaskonstante	$R = \frac{\bar{R} \cdot 1000}{M} \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$	$R = \frac{\bar{R}}{M} : \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$
Kraft	$F : [\text{N}] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$	
Energie	$E : [\text{J}] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$	$= [\text{Nm}]$
Exergie	$Ex : [\text{J}] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$	$= [\text{Nm}]$
Arbeit	$W : [\text{J}]$	
Leistung	$P : [W] = \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$	$\hat{=}$ Arbeit pro Zeit

Nützliche Umformungen:

$$w^2 : \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = \frac{1}{1000} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$
$$p \cdot v : \left[\frac{\text{bar} \cdot \text{m}^3}{\text{kg}} \right] = 10^5 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}} \right] = 10^5 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 10^2 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Achtung: Einheiten im Idealen Gasgesetz beachten: $pV = m \frac{\bar{R}}{M} T$

$$[Pa \cdot m^3] = [kg \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot K] \quad \text{oder} \quad [bar \cdot m^3] = 100 [kg \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot K]$$
$$\hookrightarrow \text{verwende } \bar{R} = 8314 \left[\frac{\text{J}}{\text{kmolK}} \right] \quad \hookrightarrow \text{verwende } \bar{R} = 8.314 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmolK}} \right]$$

SI-Präfixe

P	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
10 ¹⁵	10 ¹²	10 ⁹	10 ⁶	10 ³	10 ²	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁶	10 ⁻⁹	10 ⁻¹²
Peta	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hekto	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Pico

Phasenübergänge

fest	$\Rightarrow$	dampfförmig	Sublimation
dampfförmig	$\Rightarrow$	fest	Desublimation
flüssig	$\Rightarrow$	dampfförmig	Verdampfen
dampfförmig	$\Rightarrow$	flüssig	Kondensation
fest	$\Rightarrow$	flüssig	Schmelzen
flüssig	$\Rightarrow$	fest	Erstarren / Gefrieren

Thermodynamische Grössen

Zustandsgrössen		Prozessgrössen
Thermische	Kalorische	
Druck p	Innere Energie U	Wärme Q
Volumen V	Entropie S	Arbeit W
Stoffmenge n	Enthalpie H	
Temperatur T	$\bar{T}_{12} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1} \xrightarrow{c_p = \text{const.}} \frac{T_2 - T_1}{\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)}$	
Mass m		

Extensive Grössen auf Masseneinheiten bezogen (m, V, ...)

Intensive Grössen ändern Grösse bei Teilung des Systems nicht (p, T)

Spezifische Grösse $x = \frac{X}{m}$, Grösse pro Masse (ext. $\Rightarrow$ int.)

Molare Grössen $\bar{u}$ $U = n \cdot \bar{u} \Rightarrow u = \frac{\bar{u}}{M}$

Bsp. Molares Volumen $\bar{u} = \frac{M}{\rho} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right]$

$W > 0$	System verrichtet Arbeit
$W < 0$	An System wird Arbeit verrichtet
$Q > 0$	Wärme fliesst in System
$Q < 0$	Wärme fliesst aus System

Thermodynamische Systeme

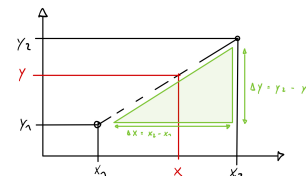
Massenstrom		Wärmestrom		Phys.-chem.	
geschlossen	offen	adiabat	diatherm	homogen	heterogen
$n = \text{const.}$	$n \neq \text{const.}$	isoliert	nicht isoliert		

0. Hauptsatz

Wenn sich zwei Systeme mit einem dritten im thermischen GGW befinden, sind sie auch untereinander im thermischen GGW

Tabellen-Werte Linear Interpolieren

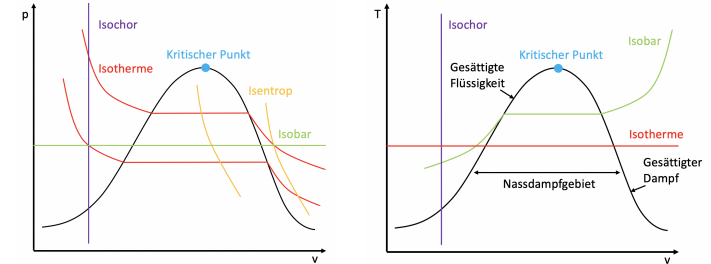
$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$



Reale Gase/Fluide:

p-v-T Beziehung

Achtung: Folgendes gilt nur für Reale Gase!



Mass im Zustand A: $m_A = \frac{V_A}{v_A}$

Dampfanteil x: $x = \frac{v_x - v_f}{v_g - v_f} = \frac{m_x - m_f}{m_g - m_f}$

Im Nassdampfgebiet gilt:

$$v(x, T) = v_f(T) + x \cdot v_{fg}(T) \quad \text{wobei} \quad v_{fg} = v_g - v_f$$
$$u(x, T) = u_f(T) + x \cdot u_{fg}(T) \quad \text{wobei} \quad u_{fg} = u_g - u_f$$
$$h(x, T) = h_f(T) + x \cdot h_{fg}(T) \quad \text{wobei} \quad h_{fg} = h_g - h_f$$
$$s(x, T) = s_f(T) + x \cdot s_{fg}(T) \quad \text{wobei} \quad s_{fg} = s_g - s_f$$

$h_{fg} \hat{=}$ Verdampfungsenthalpie

Polytrope Zustandsänderungen

$$p \cdot V^n = \text{const.}$$

Allgemein: $W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n} dV \stackrel{\text{Anhang}}{=} \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1)$

$$\Delta U = m(u_2 - u_1) = m(c_{v2} T_2 - c_{v1} T_1)$$

Isotherm: $\Delta U = Q - W \Leftrightarrow W = Q - \Delta U$

Isobar: $W_{12} = p(V_2 - V_1) = mp(v_2 - v_1)$ falls geschlossen und dann gilt auch für Reale Stoff

Isochor: $W_{12} = 0$

Isentrop: $Q = 0$

1. Hauptsatz

Der Energiebegriff

Gesamtenergie eines Systems: $E = U + KE + PE$

Energiedifferenz zw. Zustand 1 & 2: $\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$

1. Hauptsatz: $\Delta E = Q - W$

oft KE und PE vernachlässigbar $\Delta U = Q - W$

(Volumen-) Arbeit: $W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \stackrel{\text{isobar}}{=} p(V_2 - V_1)$ $100 [\text{kJ}] [\text{m}^3]$

Differenz der Inneren Energie: $\Delta U = m(u_2 - u_1) = \frac{m}{M} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$

Leistungsbilanz am geschlossenen System: $\Delta E = \Delta t \cdot (\dot{Q} - \dot{W})$

Energieanalyse von Kreisprozessen: $Q_{KP} = W_{KP} \quad \Delta U = 0$

Ideale Gase

Gasgleichungen

$$pV = nRT \quad pV = mRT \quad pV = n\bar{R}T$$
$$p = \rho RT \quad \rho = \frac{1}{v} \quad R = \frac{\bar{R}}{M} \quad U = U(T) \quad c_p - c_v = R \quad \bar{c}_p - \bar{c}_v = \bar{R}$$

Polytrope Zustandsänderung

Grundlagen

$$p \cdot V^n = \text{const.} \quad \text{wobei } n \text{ der Polytropenkoeffizient ist}$$

Zustandsänderung von 1 nach 2: $n = \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) / \log\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

$$\Delta u = u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \quad \frac{c_v = \text{const}}{\text{perfektes Gas}} \Rightarrow \Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$
$$\Delta h = h(T_2) - h(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \quad \frac{c_p = \text{const}}{\text{perfektes Gas}} \Rightarrow \Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Isothermer Prozess $n = 1$

$$T = \text{const.} \Rightarrow p \cdot V = \text{const.} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$
$$\text{Zustand 1 bekannt} \quad W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mRT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$
$$[kJ] = 100 [bar] [m^3] \quad W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = mRT \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$
$$\text{Zustand 2 bekannt} \quad W_{12} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} = W_{12}$$

Isobarer Prozess $n = 0$

$$p = \text{const.} \Rightarrow \frac{T}{V} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$
$$\text{Volumen / Druck bekannt} \quad W_{12} = p_1 \cdot (V_2 - V_1) = m p_1 \cdot (v_2 - v_1)$$
$$\text{Temperatur bekannt} \quad W_{12} = m R \cdot (T_2 - T_1)$$
$$\Delta Q = \Delta H = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Isochorer Prozess $n = \infty$

$$V = \text{const.} \Rightarrow \frac{T}{p} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$$
$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \stackrel{0}{=} \Rightarrow \mathbf{W_{12} = 0} \Rightarrow \Delta U = Q_{12}$$
$$Q_{12} = m \cdot (u_2 - u_1) = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \Delta U$$

Isenthalper Prozess

$$H = \text{const.} \Rightarrow U + p \cdot V = \text{const.}$$
$$\Delta H = 0 \Rightarrow H_1 = H_2 \Rightarrow dH = 0$$
$$dH = dU + d(pV) = m c_v dT + m R dT \Rightarrow \underbrace{m c_p dT = 0}_{\Rightarrow \text{im idealen Gas auf der isothermen}}$$

Isentroper Prozess $n = \kappa$

Isentrop ($\Delta S = 0$) ist ein Prozess bei dem **kein Wärmeaustausch** (= adiab) stattfindet und **reversibel** ist.

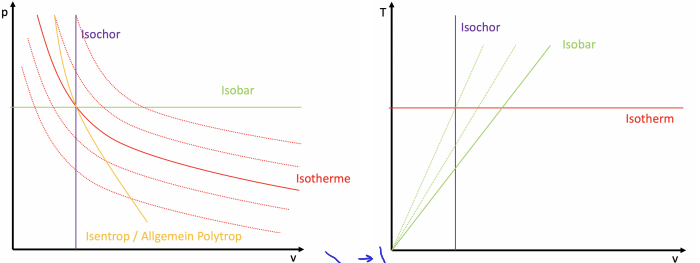
$$S = \text{const.} \Rightarrow p \cdot V^\kappa = \text{const.} \quad T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const.} \quad p^{1-\kappa} \cdot T^\kappa = \text{const.}$$

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} \quad \text{wobei } \kappa \text{ der Isentropenkoeffizient ist}$$

$$Q_{12} = 0 \Rightarrow \Delta U = -W_{12} \Rightarrow W_{12} = U_1 - U_2 = m \cdot (u_1 - u_2)$$
$$\text{Vol. / Druck bekannt} \quad W_{12} = \frac{1}{1-\kappa} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$
$$\text{Temperatur bekannt} \quad W_{12} = m c_v \cdot (T_1 - T_2) = \frac{m R}{\kappa-1} \cdot (T_1 - T_2)$$

Allgemeiner Prozess $[kJ] = 100 [bar] [m^3] \quad n \neq 1$

$$p \cdot V^n = \text{const.} \quad T \cdot v^{n-1} = \text{const.} \quad p^{1-n} \cdot T^n = \text{const.}$$
$$W_{12} = \frac{Rm}{1-n} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} = \frac{p_1 V_1^n}{1-n} \cdot (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$



Achtung: Je grösser n oder κ , desto steiler ist die Kurve im pv-Diagramm.

Thermodynamische Zustandsdaten

Enthalpie

$$H = U + pV \quad h = \frac{H}{m} = u + pv$$

Enthalpie entspricht der Inneren Energie plus die Arbeit, die aufgewendet werden muss, um den Aussendruck zu überwinden.

Spezifische Wärmekapazitäten

$$\text{Wärmemenge} \quad \Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Spezifische Wärmekapazität c: Energie, die nötig ist, um 1kg Masse um 1K zu erwärmen. Man unterscheidet c_v und c_p :

$$c_p = c_v + R$$

$$c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v \quad du = \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v}_{=c_v} dT + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T}_{=0} dv \Rightarrow du = c_v dT \quad \Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT$$

Wärmekapazität bei konstantem Druck

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \quad dh = \underbrace{\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p}_{=c_p} dT + \underbrace{\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T}_{=0} dp \Rightarrow dh = c_p dT \quad \Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT$$

1. Hauptsatz am offenen System

Massenstrombilanz

$$\text{allgemeine Massenbilanz} \quad \frac{dM_s}{dt} = \sum \dot{m}_{i, \text{rein}} - \sum \dot{m}_{i, \text{raus}}$$
$$\text{stationäre } \left(\frac{d}{dt} = 0\right) \text{ Massenbilanz: } \sum \dot{m}_{i, \text{rein}} = \sum \dot{m}_{i, \text{raus}}$$

Energiebilanz

$$\frac{dE_s}{dt} = \dot{E}_s = \dot{Q} - \dot{W}_{tot} + \sum \underbrace{\dot{m}_{\text{rein}} \cdot e}_{\text{Energie-Inhalt des zufließenden Massenstromes}} - \sum \underbrace{\dot{m}_{\text{raus}} \cdot e}_{\text{Energie-Inhalt des abfließenden Massenstromes}}$$

Arbeitsleistung $\dot{W}_{tot}$ setzt sich aus 2 Komponenten zusammen:

- gewünschte Arbeitsleistung (über z.B. Wellen) $\dot{W}_s$
- notwendige Arbeitsleistung zum Ein- und Ausschieben des bewegten Fluids ($\dot{W}_e$ und $\dot{W}_a$)

$$\dot{E}_s = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i\right) - \sum \dot{m}_j \left(h_j + \frac{w_j^2}{2} + gz_j\right)$$

wobei h die Enthalpie, $\frac{w^2}{2}$ die kin. Energie und gz die pot. E ist.

Falls das System **stationär** ist: $\frac{dE_s}{dt} = 0, \dot{m}_{\text{rein}} = \dot{m}_{\text{raus}}$

$$\Rightarrow \dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \cdot \left(h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \cdot (w_2^2 - w_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1)\right)$$
$$\dot{m} = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{A \cdot w}{v} \quad \text{Für Ideale Gase: } \dot{m} = \frac{p \dot{V}}{RT} = \frac{p \cdot A \cdot w}{RT}$$

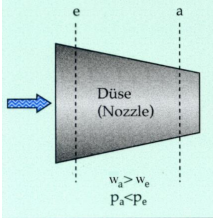
Bauteile

Düse und Diffusor

Eine Düse ist eine Verengung in einer Strömung und ein Diffusor eine Erweiterung. Die Enthalpie des Fluids wird in kinetische Energie umgewandelt (oder umgekehrt). Dabei gilt:

Stationär, $\Delta PE = 0, \dot{W}_s = 0, \dot{m}_1 = \dot{m}_2$

wenn $\dot{Q} = 0 \Rightarrow h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = \text{const.}$



Isentroper Düsenwirkungsgrad $\eta_{D,s} = \frac{w_{2,max}^2}{w_2^2} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}$

Turbine

Turbinen werden von einem Fluid durchströmt, welches dabei von einem hohen Druckniveau auf ein tieferes entspannt und dabei **Arbeit leistet**.

Stationäres System, $\Delta PE = 0, \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$

Häufig: $\Delta KE = 0, \dot{Q} = 0$

Allgemeine Arbeit $\dot{W}_s = \dot{Q} + \dot{m} \cdot \left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} - h_2 - \frac{w_2^2}{2}\right)$

wenn $\dot{Q} = 0$ (isoliert) und $\Delta KE = 0$: $\dot{W}_s = \dot{m} \cdot (h_{\text{ein}} - h_{\text{aus}})$

Isentroper Turbinenwirkungsgrad $\eta_{T,s} = \frac{\dot{W}_{\text{irrev}}}{\dot{W}_{\text{rev}}} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$

Kompressor / Pumpe

Umgekehrte Turbinen: Über Antriebswelle wird Arbeit aufgenommen und Druck des Fluids wird erhöht.

Pumpe: Durch aufwenden der Arbeit wird der Massenstrom erhöht bei möglichst wenig Druckanstieg.

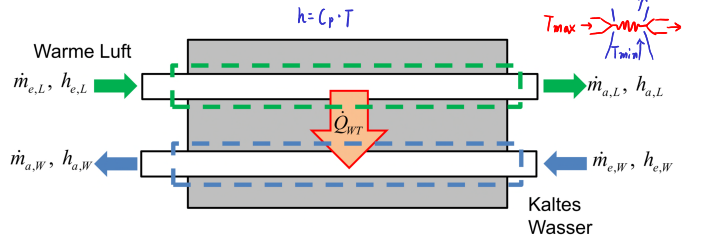
isentrop und inkompressibel:

Isentroper Pumpenwirkungsgrad

Kompressor: Möglichst höher Druckanstieg.

Isentroper Kompressorwirkungsgrad

Wärmetauscher
Bei Durchströmung soll möglichst viel Wärme aufgenommen/abgegeben werden. Arbeit wird keine geleistet ($\dot{W}_s = 0$) und das System kann als isoliert betrachtet werden ($\dot{Q} = 0$).



Luft: $\dot{Q}_{WL} = \dot{m}_L(h_{e,L} - h_{a,L})$ **Wasser:** $\dot{Q}_{WL} = \dot{m}_W(h_{a,W} - h_{e,W})$

Exergetischer Wirkungsgrad: $\varepsilon = \frac{\dot{m}_W \cdot (e_{x,Str,a,W} - e_{x,Str,e,W})}{\dot{m}_L \cdot (e_{x,Str,e,W} - e_{x,Str,a,W})}$

Drosselement / Ventil

In einer Drossel wird ein Fluid von einem hohen Druckniveau auf ein tieferes entspannt ohne dass Arbeit geleistet wird. Keine Wärmeübertragung und konstante Enthalpie.

$h_1 = h_2$ $\Rightarrow$ Für Berechnung von T_2 oder p_2 hilfreich

Halboffene Systeme

Systemmasse nicht konstant, Ein-/Ausschubbedingung konstant.

$$\Delta E = Q - W + \sum \Delta m_{i,ein} \cdot \left(h_{i,ein} + \frac{v_{i,ein}^2}{2} + gz_{i,ein} \right) - \sum \Delta m_{i,aus} \cdot \left(h_{i,aus} + \frac{v_{i,aus}^2}{2} + gz_{i,aus} \right)$$

Beispiele

Halb Offenes System

Man betrachte ein System, welches über ein Ventil mit einem Tank verbunden ist. Es fließt über eine Zeit eine Masse Δm vom Tank in das System und das Volumen des Systems nimmt um ΔV zu. Dann schreibt sich die Energiebilanz für das System wie folgt:

$$\Delta E = \Delta U = Q - W + \Delta m \cdot h_{T_E}$$

Wobei T_E die Eintrittstemperatur der Masse in das System ist. Unter Annahme, dass die Temperatur im System konstant bleibt und es sich um ein ideales Gas handelt, gilt folgendes:

$$W = p \cdot \Delta V = p \cdot \frac{\Delta m R T_S}{p} = \Delta m R T_S$$

$$\Delta U = \frac{\bar{u}_{T_S}}{M} \cdot \Delta m$$

Wobei T_S die Temperatur im System ist, welche anders als T_E sein kann.

Turbine: Wärmeverlust als %-Anteil der Leistung

Turbine, die ein %-Teil (x) ihrer Leistung als Wärmeabstrahlung verliert ($\Rightarrow Q < 0$). Berechnung der Leistung:

$$\dot{E}_s = \dot{Q} - \dot{W}_s + \dot{m}(h_1 - h_2 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + g(z_1 - z_2))$$
$$\Rightarrow 0 = -\frac{x}{100} \cdot \dot{W}_s - \dot{W}_s + \dot{m}(h_1 - h_2) \Rightarrow \dot{W}_s = \frac{\dot{m}(h_1 - h_2)}{1 + \frac{x}{100}}$$

2.Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierungen

Clausius: Wärme kann nicht von selbst (spontan) von einem Körper mit tieferer Temp. auf einen Körper mit höherer Temp. übertragen werden.

Kelvin-Planck: Ein Kreisprozess kann zugeführte Wärme nicht zu 100% in Arbeit umwandeln. Es gibt immer Abwärme.

Reversible und Irreversible Prozesse

Reversible Prozesse: Umkehrbar. Der Ausgangszustand im System und alle Teile der Umgebung kann wieder hergestellt werden. Die abgeführte Arbeit wird ohne Verlust gespeichert um das System wieder in den Ausgangszustand zu bringen.

Irreversible Prozesse: Nicht umkehrbar. Alle in der Natur und Technik auftretenden Prozesse sind irreversibel, weil sie irreversible Teilprozesse enthalten. Beispiele:

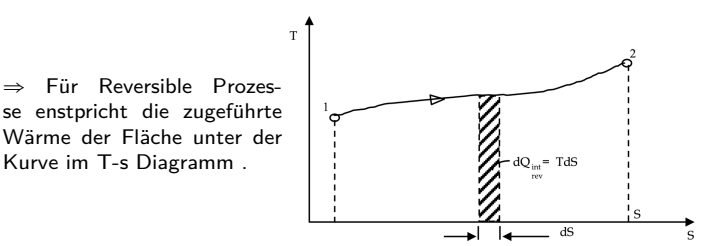
- Wärmeübertragung, Reibung, spontane chem. Reaktionen
- Expansion zu tieferem Druck, thermodyn. UnGGW
- Vermischung Stoffe unterschiedlicher Temp.

	Reversibel	Irreversibel
Expansion	$W_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV > 0$	$W_{irr} = W_{rev} \cdot \eta_{irr}$ $\Rightarrow W_{rev} > W_{irr} $ $\Rightarrow Q_{rev} > Q_{irr} $
Kompression	$W_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV < 0$	$W_{irr} = \frac{W_{rev}}{\eta_{irr}}$ $\Rightarrow W_{rev} < W_{irr} $ $\Rightarrow Q_{rev} < Q_{irr} $

- Bei gleicher Zustandsänderung leistet ein reversibles System mehr Arbeit als ein irreversibles.
- In ein reversibles System muss weniger Arbeit reingesteckt werden, um die gleiche Zustandsänderung zu erreichen.
- Irreversibilität ist im p-v-Diagramm nicht zu erkennen!

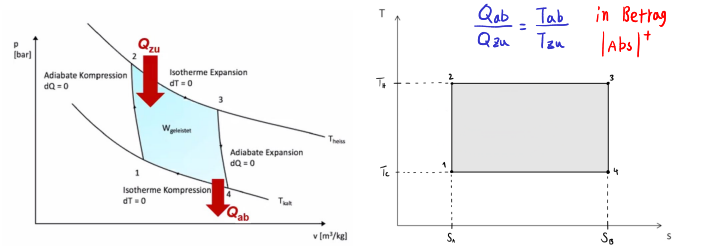
Für reversible Prozesse gilt:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \Rightarrow \delta Q_{rev} = T \cdot dS \Rightarrow Q_{rev} = \int_1^2 T \cdot dS$$



Der Carnot Kreisprozess

Ein idealisierter reversibler Kreisprozess, der zwischen zwei Temperaturniveaus T_H und T_C arbeitet. Dient zur Definition der theoretisch max. umsetzbaren Wärmemenge / Wirkungsgrad.



- ① $\Rightarrow$ ② **Adiabate Kompression:**
Arbeit W_{12} wird hineingesteckt ($W_{12} < 0$). Temperatur steigt von T_C auf T_H . $\Delta S = \Delta H = 0 \Rightarrow Q = 0$
- ② $\Rightarrow$ ③ **Isotherme Expansion:**
System leistet Arbeit $W_{23} > 0$. Temperatur ist konstant bei T_H und Wärme wird zugeführt ($Q_{zu} = W_{23}$)
- ③ $\Rightarrow$ ④ **Adiabate Expansion:**
System leistet Arbeit $W_{34} > 0$. Temperatur fällt von T_H auf T_C . $\Delta S = \Delta H = 0 \Rightarrow Q = 0$
- ④ $\Rightarrow$ ① **Isotherme Kompression:**
Arbeit W_{41} wird hineingesteckt ($W_{41} < 0$). Temperatur ist konstant bei T_C und Wärme wird abgeführt ($Q_{ab} = W_{41}$)

	Wärtekraftmaschine	Wärmepumpe	Kältemaschine
Richtung	Rechtsläufig (Wärme $\Rightarrow$ Arbeit)	Linksläufig (Arbeit $\Rightarrow$ Wärme)	
Aufwand	$Q_H = Q_{zu}$	alle Q in Betrag + $W_{KP} = W_{zu}$	
Nutzen	$W_{KP} = W_{Nutz}$	$Q_H = Q_{ab}$	$Q_C = Q_{zu}$
	Wirkungsgrad η_{th} $\eta_{th} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$	Leistungsziffer $\epsilon \nearrow$ besser $\epsilon_W = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C}$	$\epsilon_C = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C}$
Beispiel	Verbrennungs-, Stirlingmotor	Heizung	Kühlschrank

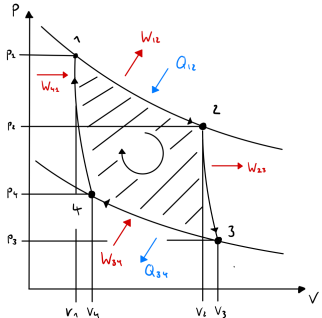
$\epsilon = \infty \Rightarrow \dot{W}_{red} = 0$ $\epsilon_W =$ Abgesaugte Wärme / zugeführte Wärme $\epsilon_C =$ Eingesaugte Wärme / zugeführte Wärme

Wärme-Kraft-Prozess

Carnot Kreisprozess im Uhrzeigersinn. Prozess liefert Arbeit ($W_{KP} > 0$), Wärme aus dem heißen Reservoir und Abwärme an das kalte Reservoir.

$W_{KP} = Q_H - Q_C$

- 1 → 2 $W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
 $Q_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
- 2 → 3 $W_{23} = m \cdot (u_2 - u_3)$
 $Q_{23} = 0$
- 3 → 4 $W_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$
 $Q_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$
- 4 → 1 $W_{41} = m \cdot (u_4 - u_1)$
 $Q_{41} = 0$

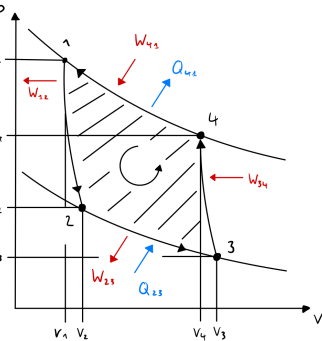


Kältemaschinen / Wärmepumpen-Prozess

Carnot Kreisprozess im **Gegenuhrzeigersinn**. Es muss Arbeit hineingesteckt werden ($W_{KP} < 0$) um Wärme aus dem kalten Reservoir an das heiße Reservoir abzugeben.

$-W_{KP} = Q_H - Q_C$

- 1 → 2 $W_{12} = m \cdot (u_1 - u_2)$
 $Q_{12} = 0$
- 2 → 3 $W_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$
 $Q_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$
- 3 → 4 $W_{34} = m \cdot (u_3 - u_4)$
 $Q_{34} = 0$
- 4 → 1 $W_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$
 $Q_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$



	Kältemaschine	Wärmepumpe
Leistungsziffer	$\epsilon_k = \frac{Q_C}{-W_s}$	$\epsilon_W = \frac{Q_H}{-W_s}$
Falls reversibel	$\epsilon_k = \epsilon_{k,max} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$	$\epsilon_W = \epsilon_{W,max} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C} = 1 + \frac{T_C}{T_H - T_C}$

Thermischer Wirkungsgrad

Allgemein

Der thermische Wirkungsgrad ist das **Verhältnis von Nutzen** (oft mech. Arbeit) **und Aufwand** (oft Wärme).

$\eta_{th} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{\sum W_{ij}}{Q_{zu}}$

Kreisprozesse: $Q_{KP} = W_{KP}$, $\Delta U = 0$

$\Rightarrow \eta_{th,KP} = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}}$

Wirkungsgrad des Carnot Prozess

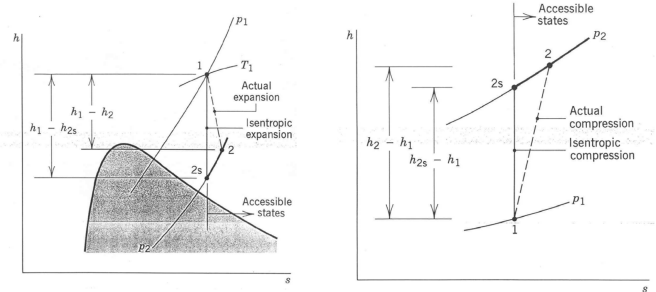
Der Wirkungsgrad des Carnotprozesses gilt auch für jeden beliebigen reversiblen Kreisprozess und stellt das **theoretische Maximum** dar, welches ein Kreisprozess erreichen kann. Der Wirkungsgrad ist nach dem 2. HS auf einen Wert deutlich < 1 limitiert.

$\eta_{th,KP} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} \Rightarrow \eta_{Carnot} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

Der therm. Wirkungsgrad eines irreversiblen Wärme-Kraft-Prozesses ist immer geringer als derjenige eines Reversiblen.

Isentroper Wirkungsgrad

Der isentrope Wirkungsgrad vergleicht die Leistungsfähigkeit eines realen Elementes mit der Leistungsfähigkeit eines idealen, verlustfrei arbeitenden Elementes bei den selben Eintrittsbedingungen und dem selben Austrittsdruck.



Bei Expansion:

$\eta_s = \frac{\dot{W}}{\dot{W}_{max}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$

Bei Kompression:

$\eta_s = \frac{\dot{W}_{max}}{\dot{W}} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$

Anwendungen

Massenspezifische Arbeit einer Pumpe:

Gesucht ist $\frac{\dot{W}_P}{\dot{m}}$, Gegeben ist p_1, x_1, p_2 und $\eta_{s,P}$.

$\frac{\dot{W}_P}{\dot{m}} = w_P = h_1 - h_2 = \frac{h_1 - h_{2,s}}{\eta_{s,P}} = \frac{v_1 \cdot (p_1 - p_2)}{\eta_{s,P}}$

Achtung: Die letzte Umformung gilt nur, wenn das Medium in der Pumpe inkompressibel ist, es gilt also nur für unterkühlte Flüssigkeiten!

Massenspezifische Arbeit einer Turbine:

Gesucht ist $\frac{\dot{W}_T}{\dot{m}}$, Gegeben ist p_1, T_1, p_2 und $\eta_{s,T}$.

$\frac{\dot{W}_T}{\dot{m}} = w_T = h_1 - h_2 = \eta_{s,T} \cdot (h_1 - h_{2,s})$

Daraus lässt sich dann auch einfach h_2 berechnen (hierzu waren anfangs zu wenig Informationen gegeben):

$h_2 = h_1 - \eta_{s,T} \cdot (h_1 - h_{2,s}) = h_1 - w_T$

$h_{2,s}$ berechnen, wenn Zustand 2 im Bereich des überhitzten Dampfes:

① s_1 berechnen mit Tabellen und p_1, T_1 , dann ist $s_{2,s} = s_1$

② In die Tabellen für *Superheated Vapor* gehen und Tabelle für entsprechenden Druck p_2 suchen

③ In dieser Tabelle nun für $h_{2,s}$ interpolieren mit gegebenem $s_{2,s}$

$h_{2,s}$ berechnen, wenn Zustand 2 im Nass-Dampf-Gebiet:

① s_1 berechnen mit Tabellen und p_1, T_1 , dann ist $s_{2,s} = s_1$

② In die Tabellen für *Saturated Vapor - Pressure Table* gehen und Zeile für entsprechenden Druck p_2 suchen

③ Dampfanteil x des Zustandes 2,s berechnen:

$x = \frac{s_{2,s} - s_f(p = p_2)}{s_g(p = p_2) - s_f(p = p_2)}$

④ $h_{2,s} = h_f(p = p_2) + x \cdot h_{fg}(p = p_2)$

Entropie

Begriff

Die Entropie ist ein Maß dafür, wieviel von der potentiellen Arbeitsmöglichkeit einer thermischen Energiemenge schon verloren/verbraucht ist. Ein Prozess wird spontan immer in die Richtung ablaufen, dass die **Entropie zunimmt**.

$S_y = S_x + \int_x^y \frac{\delta Q_{rev}}{T}$

Tabellenwerte der Entropie

- überhitzter Dampf: Druck & Temp. unabhängig $\Rightarrow s(T, p)$
- gesättigte Zustände: Druck & Temp. abhängig $\Rightarrow s(T, p_{sat})$
- Nassdampfgebiet: abhängig von Dampfanteil $\Rightarrow s(x, T)$
- unterkühlte Fl. : geringe Kompressibilität $\Rightarrow s(T, p) \approx s_f(T)$

Dampfanteil x mit Entropie: $x = \frac{s_x - s_f}{s_g - s_f}$

Clausius Ungleichung

$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$ Das Gleichheitszeichen gilt für alle reversiblen Prozesse, das Ungleichheitszeichen für Irreversible.

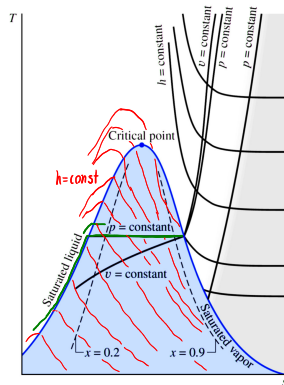
Im Carnot-Prozess: $\oint \frac{\delta Q}{T_G} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_C}{T_C} = \Delta S_{zu} - \Delta S_{ab} = 0$

Daraus folgt: $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C} \Leftrightarrow \frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}$

Entropie-Zuwachs $\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{\Delta Q}{T_G} = \frac{\text{zugeführte Wärmemenge}}{\text{Temp. an Systemgrenze}}$

$\hookrightarrow$ Gilt nur für reversible Prozesse, folgt aus $S_{erz} = 0$

T-s Diagramm



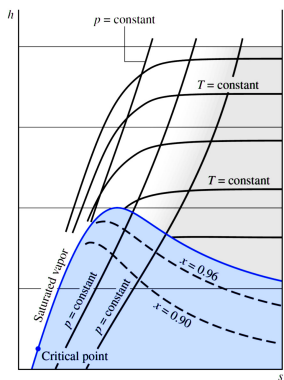
- Die $v = \text{const.}$ Linien (Isochoren) verlaufen steiler als die $p = \text{const.}$ Linien (Isobaren).
- Im grau schattierten Bereich (grosse Entropie und kleine Drücke) gilt näherungsweise:

$$h(T, p) \approx h(T)$$

- Im Nassdampfgebiet gilt:

$$s(x, T) = s_f(T) + x \cdot s_{fg}(T)$$

h-s Diagramm / Mollier Diagramm



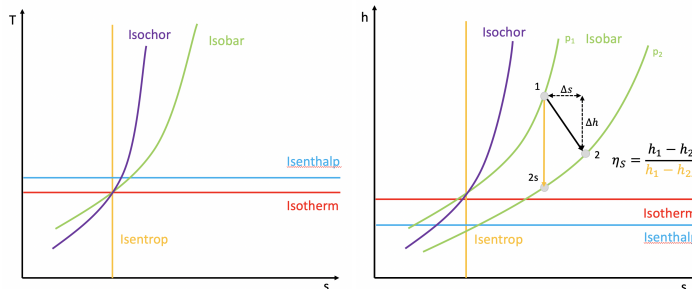
irreversible

- Der kritische Punkt ist nicht der Punkt auf der Sättigungslinie mit der max. Enthalpie.
- Für grosse Werte von s und h verlaufen die Isothermen horizontal. Dies ist der grau schattierte Bereich, in dem das Ideale Gassgesetz gilt!

- Im Nassdampfgebiet gilt:

$$h(x, T) = h_f(T) + x \cdot h_{fg}(T)$$

T-s und h-s Diagramme für Ideale Gase



TdS-Gleichungen

Die TdS-Gleichungen stellen einen Zusammenhang zwischen verschiedenen thermodynamischen Grössen her. Zusammenfassung des 1. und 2. Hauptsatzes.

1. TdS Gleichung

$$T \cdot dS = dU + p dV$$

$$T \cdot ds = du + p dv$$

$$T \cdot d\bar{s} = d\bar{u} + p d\bar{v}$$

2. TdS-Gleichung

$$T \cdot dS = dH - V dp$$

$$T \cdot ds = dh - v dp$$

$$T \cdot d\bar{s} = d\bar{h} - \bar{v} dp$$

Gilt für reversible und irreversible Prozesse! Bei Verdampfung/Kondensation gilt:
 $p = \text{const} \Rightarrow T \cdot ds = dh$

Entropieänderung

Ideale Gase

$$\text{Luft (A-22): } \underbrace{s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1)}_{=\Delta s} = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$\text{Andere: } \underbrace{\bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1)}_{=\Delta \bar{s} = \Delta s \cdot M} = \bar{s}^0(T_2) - \bar{s}^0(T_1) - \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$s^0(T)$ ist die Entalpie beim Referenzdruck $p = 1 \text{ atm}$ und ist definiert als:
 $s^0(T) = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$, der Term $R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ ist die Druckkorrektur.

$$\text{falls } c_v \text{ konst: } s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\text{falls } c_p \text{ konst: } s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Isothermer Prozess: $s^0(T_2) - s^0(T_1) = 0 \Rightarrow s_2 - s_1 = -R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

Isentroper Prozess: $s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \exp\{R^{-1} \cdot (s^0(T_2) - s^0(T_1))\}$

Inkompressible Stoffe

Bei Inkompressiblen Stoffen (Festkörper, Flüssigkeiten) gilt immer näherungsweise $v = \text{const.}$

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \frac{dT}{T} \quad \text{falls } c = \text{const.} \quad s_2 - s_1 = c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Entropiebilanz

Für geschlossene Systeme

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_{Grenze}} \quad \dot{S}_{erz} = \underbrace{\dot{S}}_{=\dot{m} \cdot (s_2 - s_1)} - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G}$$

$$\bullet \text{ Reversibel: } S_{erz} = 0 \Rightarrow S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T_G} = \Delta S$$

$$\bullet \text{ Reversibel \& Adiabat: } S_{erz} = 0 \text{ \& } Q = 0 \Rightarrow S_2 - S_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} \Rightarrow \Delta S = 0 \Rightarrow \text{Isentrop}$$

$$\bullet \text{ Kreisprozess: Zustand am Ende ist gleich } S_{erz, KP} = - \sum \frac{Q}{T_G}$$

$$\bullet \text{ Spez. Wärmekapazität: } dS = m \cdot c \cdot \frac{dT}{T} \Leftrightarrow \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} m \cdot c \cdot \frac{dT}{T}$$

Halboffene Systeme:

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_G} + \sum \Delta m_{aus} \cdot s_{aus} - \sum \Delta m_{ein} \cdot s_{ein}$$

Für offene Systeme

1HS Hier
 $Q < 0 \Rightarrow Q > 0$

$$\dot{S}_{erz} = \underbrace{\dot{S}}_{(1)} - \underbrace{\sum \frac{\dot{Q}}{T_G}}_{(3)} + \underbrace{\sum \dot{m}_2 s_2}_{(4)} - \underbrace{\sum \dot{m}_1 s_1}_{(5)}$$

- Erzeugte Entropie pro Zeiteinheit (Prozessgrösse!)
- Änderung der Entropie des Systems $\dot{S} = \dot{m}(s_2 - s_1)$
- Entropiefluss über Systemgrenze durch Wärmeleitung
- Mit Masse **ausströmender** Entropiestrom
- Mit Masse **einströmender** Entropiestrom

Stationärer Prozess, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$:

$$\dot{S}_{erz} = - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \dot{m}(s_2 - s_1)$$

Exergie

Exergie: Der Anteil des Energieinhaltes eines Systems, der maximal (mittels eines reversiblen Prozesses) in Arbeit umgewandelt werden kann bis zum vollständigen Ausgleich mit der Umgebung.

Anergie: Der Energieanteil, der nach dem Erreichen des GGW im System zurück bleibt (und nicht mehr in Arbeit umgewandelt werden kann).

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie}$$

Geschlossene Systeme

Exergie (Absolut)

$$E_x = U - U_0 + p_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) + KE + PE$$

$$e_x = u - u_0 + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

$$KE = \frac{mw^2}{2} \quad PE = mgz \quad T_0 := \text{Umgebungstemp.}$$

Exergie-Differenz

$$\Delta E_x = \Delta U + p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE$$

$$\Delta e_x = \Delta u + \underbrace{p_0(v_2 - v_1)}_{[\dots] = \frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{J}{kg}} - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

Offene Systeme

Exergie (Absolut)

$$\dot{E}_{x, str} = \dot{m} \cdot [(h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe]$$

$$e_{x, str} = \frac{\dot{E}_{x, str}}{\dot{m}} = (h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

Exergie-Differenz für das Medium $h_2 \rightarrow h_1$

$\Delta E > 0 / \Delta E < 0 \Rightarrow$ das fließende Medium hat Exergie aufgenommen/abgegeben

$$\Delta \dot{E}_{x, str} = \dot{E}_{x, str, 2} - \dot{E}_{x, str, 1} = \dot{m}[(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\Delta e_{x, str} = e_{x, str, 2} - e_{x, str, 1} = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

Die Formel aus offizieller ZF für Ex. Stationäre Flussprozess ist für das System dort $\Delta E > 0 \Rightarrow$ das System hat Ex. aufgenommen h_2, h_1 ist genau umgetauscht.

Exergieverlust: Gouy-Stodola-Theorem

Das Theorem stellt eine Verbindung dar zwischen der Entropieerzeugung und verllorener Exergie $\Rightarrow$ Verlust der Arbeitsfähigkeit.

$$\dot{E}_{x,Verl} = T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{W}_{Verl} \Leftrightarrow E_{x,Verl} = T_0 \cdot S_{erz} = W_{Verl}$$

Exergiebilanz

Geschlossene Systeme

$$\Delta E_x = \underbrace{\int (1 - \frac{T_0}{T_G}) \delta Q}_{E_{x,Q}} - \underbrace{(w - p_0 \cdot \Delta V)}_{E_{x,W}} - \underbrace{T_0 \cdot S_{erz}}_{E_{x,Verl}}$$

Reversibel Irreversibel

$$\int (1 - \frac{T_0}{T_G}) \delta Q = Q - T_0 \cdot \Delta S = Q - T_0 m \cdot (s_2 - s_1)$$

Stationärer Prozess $\Delta E_x = 0$ Reversibler Prozess $T_0 \cdot S_{erz} = 0$

Keine Arbeit $E_{x,W} = 0$

Exergieänderungsgeschwindigkeit

$$\dot{E}_x = \sum (1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}) \cdot \dot{Q}_i - (\dot{W}_0 - p_0 \dot{V}) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

Offene Systeme

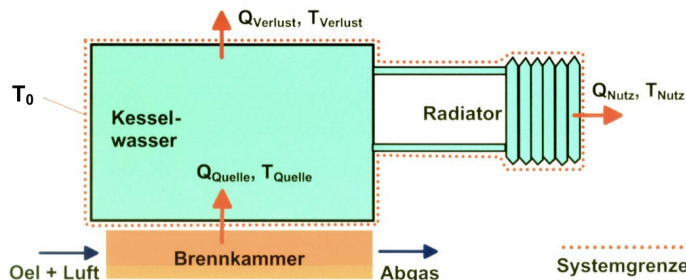
$$\dot{E}_x = \underbrace{\sum \dot{m}_i \cdot e_{x,str,i}}_{\text{Reinströmend}} - \underbrace{\sum \dot{m}_j \cdot e_{x,str,j}}_{\text{Rausströmend}} - (\dot{W}_s - p_0 \dot{V}) + \sum \dot{Q}_i (1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

Mit folgenden Annahmen: stationär und ein Massenstrom $\dot{m}$

$$\Rightarrow \sum \dot{Q}_i (1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}) - \dot{W}_s - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{m} [h_2 - h_1 - T_0 (s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\sum \dot{Q}_i (1 - \frac{T_0}{T_{G,i}})}_{\text{Exergierate durch Wärmezufuhr}} - \dot{W}_s - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{E}_{x,str,2} - \dot{E}_{x,str,1}$$

Beispiel einer Exergiebilanz:



Der erste Hauptsatz für das (geschlossene) System lautet:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}_{Quelle} - \dot{Q}_{Verlust} - \dot{Q}_{Nutz} - \dot{W} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_Q = \dot{Q}_N + \dot{Q}_V$$

Also erhält man für die Exergiebilanz:

$$\frac{dE_x}{dt} = (1 - \frac{T_0}{T_Q}) \dot{Q}_Q - (1 - \frac{T_0}{T_N}) \dot{Q}_N - (1 - \frac{T_0}{T_V}) \dot{Q}_V -$$

$$[\dot{W} - p_0 \dot{V}] - T_0 \dot{S}_{erz} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(1 - \frac{T_0}{T_Q}) \dot{Q}_Q}_{\text{zugeführte Exergie}} = \underbrace{(1 - \frac{T_0}{T_N}) \dot{Q}_N}_{\text{genutzte Exergie}} + \underbrace{(1 - \frac{T_0}{T_V}) \dot{Q}_V}_{\text{Verlust}} + \underbrace{T_0 \dot{S}_{erz}}_{\text{Irreversibel}}$$

Exergieverluste

Exergetischer Wirkungsgrad

Der energetische/thermische Wirkungsgrad η bewertet die Nutzung der Energie in der Quantität. Hingegen der **exergetische Wirkungsgrad** ε bewertet die Nutzung der Exergie in der Quantität. Ziel ist es, die Effizienz bei Nutzung von Energiequellen zu bewerten.

Definiton

$$\text{Exergetischer WG } \varepsilon = \frac{\text{genutzter Exergiestrom}}{\text{zugeführter Exergiestrom}}$$

$$\text{Energetischer WG } \eta = \frac{\text{genutzter Energiestrom}}{\text{zugeführter Energiestrom}} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{Q}_Q}$$

Bei Wärmeströmen:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_N}{\dot{Q}_Q} \quad \varepsilon = \frac{(1 - \frac{T_0}{T_N}) \dot{Q}_N}{(1 - \frac{T_0}{T_Q}) \dot{Q}_Q} = \eta \cdot \frac{1 - \frac{T_0}{T_N}}{1 - \frac{T_0}{T_Q}}$$

$$\frac{\varepsilon}{\eta} = \frac{1 - \frac{T_0}{T_N}}{1 - \frac{T_0}{T_Q}} \quad \varepsilon \rightarrow \eta : E_{x,Verlust} \rightarrow 0$$

Hier steht $\dot{Q}_N$ für die Nutzbare Wärmeleistung und $\dot{Q}_Q$ für die Wärmeleistung aus der Quelle, also für den Aufwand. T_N ist die Oberflächentemperatur an der Stelle, wo die nutzbare Wärme übertragen wird und T_Q ist die Oberflächentemperatur an der Stelle, wo die aufgewendete Wärme übertragen wird.

Beispiele von exergetischen Wirkungsgraden

• **offenes System mit Leistung:**

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}_{x,Nutz}}{\dot{m}(e_{x,Str,1} - e_{x,Str,2})} = \frac{\dot{E}_{x,Nutz}}{\dot{E}_{x,Nutz} + T_0 \cdot S_{erz}}$$

bei Nutzung der Abwärme: $\dot{E}_{x,Nutz} = \dot{Q}_A \cdot (1 - \frac{T_0}{T_A}) + \dot{W}_S$

ohne Nutzung der Abwärme: $\dot{E}_{x,Nutz} = \dot{W}_S$

• **Turbine:**

$$\varepsilon = \frac{\dot{W}_S}{\dot{m}(e_{x,Str,1} - e_{x,Str,2})} = \frac{\dot{W}_S}{\dot{W}_S + T_0 \cdot S_{erz}}$$

• **Pumpe / Kompressor:**

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}(e_{x,Str,2} - e_{x,Str,1})}{\dot{W}_{invest}} = \frac{\dot{W}_{invest} - E_{x,V}}{\dot{W}_{invest}} = \frac{-\dot{W}_S - T_0 \cdot S_{erz}}{-\dot{W}_S}$$

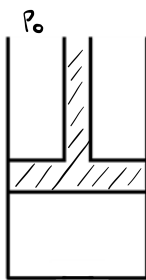
$$Q_{Verl} = 0 \Rightarrow \varepsilon = \frac{(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)}{h_2 - h_1}$$

• **Wärmetauscher mit Vermischung:**

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}_{C,i} \cdot (e_{x,Str,e} - e_{x,Str,C,i})}{\dot{m}_{H,i} \cdot (e_{x,Str,H,i} - e_{x,Str,e})}$$

Anhang

Zylinder mit Kolben



Belastung: Gewicht $p = \frac{M_{\text{Kolben}} \cdot g}{A} + p_0$

Wobei p_0 der Umgebungsdruck und A die Querschnittsfläche des Kolbens ist.

Belastung: Feder $p = \frac{k \cdot x}{A} + p_0$

Wobei k die Federkonstante, x die Auslenkung und A die Querschnittsfläche des Kolbens ist.

$W_F = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{k \cdot x}{A} + p_0 \right) A \cdot dx$

$= \int_{x_1}^{x_2} k x dx + p_0 A dx = \frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) + p_0 A (x_2 - x_1)$

Polytrope Expansion - Arbeitsintegral

Annahme: $p \cdot V^n = \text{const.}$ und Reales Gas. Dann gilt:

$$p \cdot V^n = \text{const.} \stackrel{\text{z.B.}}{=} p_2 \cdot V_2^n \Rightarrow p(V) \cdot V^n = p_2 \cdot V_2^n \Rightarrow p(V) = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n}$$

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n} dV = p_2 \cdot V_2^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^n} \cdot dV$$

$$= p_2 \cdot V_2^n \cdot \frac{1}{1-n} \left[V^{1-n} \right]_{V_1}^{V_2} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{1-n} \cdot (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$

$$= \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

Maxwell'sche Gleichungen der Thermodynamik

$$du = T ds - p dv \quad dh = T ds + v dp$$

Inkompressible Medien

Inkompressible Medien sind Festkörper und teilweise Fluide (wenn in der Aufgabenstellung gegeben ist, dass es als inkompressibel betrachtet werden kann).

$$c_p = c_v = c$$

$$u_2 - u_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$$

$$h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1) + v \cdot (p_2 - p_1)$$

Einheiten Ausgleichen

$$\begin{aligned} \text{Pa} \cdot \text{m}^3 &\rightarrow \text{J} \\ \text{KPa} \cdot \text{m}^3 &\rightarrow \text{kJ} \\ \text{MPa} \cdot \text{m}^3 &\rightarrow \\ \text{bar} \cdot \text{m}^3 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$pV = mRT$$

$$100 [\text{bar}] [\text{m}^3] = [\text{kg}] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] [\text{K}]$$

$$\begin{aligned} W &= P \cdot \Delta V \\ [\text{kJ}] &= 100 [\text{bar}] [\text{m}^3] \\ [\text{kJ}] &= [\text{KPa}] [\text{m}^3] \\ [\text{J}] &= [\text{Pa}] [\text{m}^3] \end{aligned}$$

$$h(T, P) \approx h_f(T) + v_f(T) \cdot [P - P_{\text{sat}}(T)]$$

$$\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \approx \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] + \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] [\text{bar}] 100$$

$$\begin{aligned} KE &= \frac{W^2}{2} \\ [J] &= \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \\ 1000 [KJ] &= \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \\ [KJ] &= \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \frac{1}{1000} \end{aligned}$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m} (h_e - h_a + \frac{W_i^2}{2}) + \dot{Q} - \dot{W}$$

$$\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \frac{1}{1000}$$

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right] = \text{N}$$

Problem Aufhebung

Frage: Ob Verlauf thermodynamisch möglich ist?

Ansatz: überprüfen $\dot{S}_{\text{ex}}$ und $\dot{E}_{\text{ex,ver}} \Rightarrow$ muss > 0 sein

Frage: Maximale Arbeit, Energie an Umgebung leisten?

Ansatz: E_x Bilanz $\Rightarrow$ Ein System, unter dieser Bedingung von Umgebung, die nutzbare Energie, z.B. Temp. diff. Druck diff.

Frage: Temp. T_2 ? geg: T_1 , η (isentrope Wirkungsgrad)

$$\text{Ansatz: } \eta = \frac{W_1}{W_{\text{rev}}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}} = \frac{m C_p (T_1 - T_2)}{m C_p (T_1 - T_{2,s})}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{2,s} \Rightarrow \text{isentrop} & T_2 &= \frac{T_{2,s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots \\ \text{In TAB: } S_2(P_1) &= S_{2,s}(P_2) & \downarrow & \\ & h_{2,s}(P_2) & \rightarrow & \text{dann um } T_{2,s} \text{ zu kommen} \\ & & & \text{in } \eta = \dots \text{ einsetzen,} \\ & & & \text{umformen nach } T_2 \end{aligned}$$

Gutachten

$$\text{Einheiten } \dot{V} = \text{kg/min}$$

$$V_f = 1,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nur wenn es steht reversible
Sonst immer als irreversible nehmen

$$\begin{aligned} \text{Dots } 11,510 &= 11,510 \\ 312,631 &= 312,631 \\ &= 312,631 \text{ K} \end{aligned}$$

Mark the Stoff.

Write down isobar, isotherm, ...

isentrope usually needs cross TAB

Mark what's wanted.

Write it down at the top of the question

Q and W

$$Q = + \Leftrightarrow \text{Wärme zunahme in System} \\ \text{Wärme geht rein}$$

$$= - \Rightarrow \text{Wärme Abnahme aus System} \\ \text{Wärme geht raus, weg}$$

$$W = + \Rightarrow \text{Energie geht raus,} \\ \text{System leistet Arbeit } 50 \text{ W Lampe } \text{💡}$$

$$= - \Leftrightarrow \text{Energie geht rein} \\ \text{System nimmt Arbeit } -50 \text{ W Verdichter}$$